ESTATÍSTICA APLICADA

Profª. Drª. Rosângela Maura Correia Bonici

SÃO PAULO

INTRODUÇÃO

A presente apostila é o resultado de vários anos de ensino da disciplina de Estatística em vários cursos e Instituições de Ensino. Foi elaborada a partir da compilação do conteúdo de livros de vários autores e de minha experiência na docência com o objetivo de facilitar o encaminhamento das aulas bem como atender ao Plano de Ensino da Disciplina. Com ela evitei ter que trabalhar com vários autores ao mesmo tempo para dar conta dos conteúdos que eram exigidos pelos Planos de Ensino, o que simplificou meu trabalho e possibilitou aos alunos ter um material para consulta.

Procurei, na medida do possível, abordar os conceitos de forma clara e objetiva. Foram evitadas demonstrações, sendo apresentados comentários e análises objetivas dos assuntos para que se tornasse mais acessível.

Os conteúdos apresentam os conceitos básicos de Estatística enfocando a Estatística Descritiva, as medidas sobre uma distribuição de frequência e coloca os principais estimadores necessários ao desenvolvimento posterior da Inferência Estatística, para aqueles que quiserem dar prosseguimento aos estudos nessa área.

Foi elaborada com textos curtos, exercícios resolvidos e exercícios a serem resolvidos objetivando fixar os conceitos trabalhados.

Aproveito para agradecer a todos os alunos que me ajudaram a melhorar semestre após semestre seu conteúdo me mostrando erros de digitação, de cálculo e de respostas aos exercícios propostos, possibilitando sua melhoria contínua.

Espero que tenhamos um trabalho proveitoso e que esse material venha realmente ajudá-los.

1 CONCEITOS PRELIMINARES

1.1 O que é Estatística?

De acordo com Dugé de Bernonville

"Estatística é um conjunto de métodos e processos quantitativos que serve para estudar e medir fenômenos coletivos".

1.2 População e Amostra

A Estatística tem por objetivo o estudo dos fenômenos coletivos e das relações que existem entre eles. Entende-se como fenômeno coletivo àquele que se refere à população, ou universo, que compreende um grande número de elementos, sejam pessoas ou coisas. Portanto, para a Estatística, somente interessam os fatos que englobem um grande número de elementos, pois ela busca encontrar leis de comportamento para todo o conjunto e não se preocupa com cada um dos elementos em particular.

A população pode ser segundo seu tamanho *finita* ou *infinita*, é *finita* a população que possui um número determinado de elementos; a população *infinita* possui um número infinito de indivíduos. Porém tal definição existe somente no campo teórico, uma vez que, na prática, nunca encontraremos populações com infinitos elementos mas, com um grande número de elementos; e, nessa circunstâncias são tratadas como *infinitas.*

Quando a população é muito grande, torna-se difícil a observação dos aspectos a serem estudados de cada um dos elementos, devido ao alto custo, ao intenso trabalho e ao tempo despendido. Nessas circunstâncias fazemos a seleção de uma amostra suficientemente representativa da população e, através da observação dessa amostra, estaremos aptos a analisar os resultados, da mesma como se estivéssemos estudando a população.

É importante observar que ao escolher uma *amostra* essa deve preservar as mesmas características existentes na população para que seja representativa.

1.3 Fases do Método Estatístico

Toda pesquisa ou trabalho cientifico, nas mais variadas áreas, que utiliza a o Método Estatístico como ferramenta, deve seguir de modo geral, as seguintes etapas para a sua realização:

1. **DEFINIÇÃO DO PROBLEMA:** Saber exatamente aquilo que se pretende pesquisar é o mesmo que definir corretamente o problema.

2. **PLANEJAMENTO:** Como levantar informações ? Que dados deverão ser obtidos? Qual levantamento a ser utilizado? Censitário? Por amostragem? E o cronograma de atividades? Quais as variáveis que serão estudadas?

3. **COLETA DE DADOS:** Fase operacional. É o registro sistemático de dados, com um objetivo determinado. A coleta pode ser direta ou indireta.

3.1 **Coleta direta:** quando é obtida diretamente da fonte. Ex: Empresa que realiza uma pesquisa para saber a preferência dos consumidores pela sua marca.
a) coleta contínua: registros de nascimento, óbitos, casamentos;
b) coleta periódica: recenseamento demográfico, censo industrial;
c) coleta ocasional: registro de casos de dengue.

3.2 **Coleta Indireta:** É feita por deduções a partir dos elementos conseguidos pela coleta direta, por analogia, por avaliação, indícios ou proporcionalização.

4. **APURAÇÃO DOS DADOS:** Resumo dos dados através de sua contagem e agrupamento. É a condensação e tabulação de dados.

5. **APRESENTAÇÃO DOS DADOS:** Há duas formas de apresentação, dos dados. A ***apresentação tabular,*** ou seja é uma apresentação numérica dos dados em linhas e colunas distribuídas de modo ordenado, segundo regras práticas fixadas pelo Conselho Nacional de Estatística. A ***apresentação gráfica*** dos dados constitui uma apresentação geométrica permitindo uma visão rápida e clara do fenômeno.

6. **ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DOS DADOS:** A última fase do trabalho estatístico é a mais importante e delicada. Está **ligada essencialmente ao cálculo de medidas e coeficientes**, cuja finalidade principal é descrever o fenômeno.

1.4 Variável

Variáveis são objetos de estudo de interesse do pesquisador que são definidas por ele mesmo, de acordo com a pesquisa que irá realizar. Por exemplo, para traçar o perfil dos alunos de uma escola de Ensino Médio, foram definidos seis objetos de estudo: "sexo", "idade", "área da carreira universitária pretendida", "número de irmãos", "disciplina favorita" e "renda familiar mensal". Cada um desses objetos de interesse dos pesquisadores é o que chamamos de *variável*.

As variáveis podem ser *qualitativas* ou *quantitativas*. As variáveis *qualitativas* apresentam como resultado uma qualidade (atributo) ou preferência do entrevistado. No exemplo acima: "sexo", "área da carreira universitária pretendida", "disciplina favorita" são variáveis qualitativas. Considerando a variável "área da carreira universitária pretendida": dizemos que exatas, humanas e biológicas correspondem às *realizações* ou são os *valores assumidos* pela variável.

As variáveis quantitativas apresentam como resposta um número real, é o caso, por exemplo das variáveis: número de irmãos, idade e renda familiar mensal. Estudando a variável numero de irmãos, dizemos que 0, 1, 2, 3 e 4 são as *realizações* ou *valores assumidos* pela variável.

As variáveis quantitativas podem ser discretas quando são provenientes de contagens ou enumerações (Ex: número de irmãos) ou contínuas quando assumem quaisquer valores dentro de dois limites (Ex: renda familiar mensal).

1.5 Dados Brutos

É uma sequência de valores não organizados obtidos por meio de coleta de dados.

1.6 Rol

É o nome que se dá aos dados brutos quando já estão ordenados.

1.7 Atividade

Anote suas dúvidas e os pontos mais importantes

2 TÉCNICAS DE AMOSTRAGEM

Existem algumas técnicas para escolher amostras, que garantem tanto quanto possível, o acaso na escolha de uma amostra. Cada elemento da população passa a ter a mesma chance de ser escolhido, o que garante à amostra o caráter de representatividade, e isto, é muito importante, pois, as conclusões relativas à população vão estar baseadas nos resultados obtidos por meio desses dados.

2.1. Amostragem casual ou aleatória simples

Este tipo de amostragem é equivalente a um sorteio lotérico. Por exemplo:

1º - Numeramos os alunos da classe de 1 até ...;
2º - Escrevemos os números de 1 até ... em pedaços de papeis iguais;
3º - Colocamos em uma caixa e agitamos;
4º - Retiramos, por exemplo, 10% dos alunos
5º - De acordo com os números selecionados identificamos quem são os alunos que irão fazer parte da amostra representativa da classe.

Quando o numero de elementos da população é muito grande podemos utilizar o computador para fazer o sorteio.

2.2 Amostragem proporcional estratificada

Utilizada quando a população se divide em subpopulações chamadas de **estratos.** É provável que a variável em estudo apresente comportamentos distintos dentro de cada estrato, sendo assim, os elementos da amostra devem levar em consideração tais estratos. A amostragem estratificada obtém os elementos da amostra proporcional ao número de elementos de cada estrato.

Exemplo:

Suponha que uma classe seja composta de 54 homens e 36 mulheres perfazendo um total de 90 pessoas. Vamos obter a amostra proporcional estratificada. Neste caso, temos dois estratos(sexo masculino e sexo feminino) e queremos uma amostra de 10% da população. Logo temos:

Sexo	População	10%	Amostra
M	54	$\frac{10x54}{100} = 5{,}4$	5
F	36	$\frac{10x36}{100} = 3{,}6$	4
Total	90	$\frac{10x90}{100} = 9{,}0$	9

Feitos os cálculos verificamos que 9 alunos devem fazer parte da amostra, destes 5 deverão ser homens e 4 mulheres. Basta fazer o sorteio na classe a aplicar os questionários.

2.3 Amostragem sistemática

Esta técnica deve ser utilizada quando a população já se encontra ordenada, por exemplo: casas de uma rua, prontuários, linhas de produção, etc.

Por exemplo, no caso de um prontuário numerado de 1 a 100, posso retirar um elemento a cada dez fichas. Neste caso estaremos fixando uma amostra de 10% da população.

Suponha uma gaveta contendo 900 fichas numeradas de 1 a 900 das quais desejamos obter 50 delas para que faça parte de nossa amostra. Podemos usar o seguinte procedimento:

$\frac{900}{50} = 18$, escolhemos por sorteio casual uma ficha numerada entre 1 e 18 que será o primeiro elemento que fará parte da amostra; os demais elementos seriam periodicamente considerados de 18 em 18. Assim se a primeira ficha sorteada para a amostra fosse a de número 4 , a próxima seria a de número 22, a de número 40 e assim por diante até completar as 50 fichas que farão parte da amostra. Agora é só verificar quem foram os sorteados e aplicar os questionários.

2.4 Atividades

1. Usando a amostragem casual ou aleatória descreva como faria para selecionar uma amostra de uma dada população.

2. Em uma escola existem 250 alunos, dos quais 35 estão matriculados na 1ª série, 32 na 2ª, 30 na 3ª, 28 na 4ª, 35 na 5ª, 32 na 6ª, 31 na 7ª e 27 na 8ª série. Obtenha uma amostra proporcional estratificada de 40 alunos e complete o quadro abaixo:

Séries	População	Cálculo proporcional	Amostra
1ª			
2ª			
3ª			
4ª			
5ª			
6ª			
7ª			
8ª			
Total			

3. Como seria possível retirar uma amostra de 32 elementos de uma população ordenada formada por 2432 pessoas?

4. Em uma empresa há 280 homens e 320 mulheres trabalhando, deseja-se extrair uma amostra de 20% desta população, quantos elementos farão parte da amostra?

5. Uma cidade X apresenta o seguinte quadro relativo ao cadastro da população em postos de saúde.

Postos de Saúde	Nº de Postos de Saúde	
	Masculino	Feminino
A	80	95
B	102	120
C	110	92
D	134	228
E	150	130
F	300	290
Total		

Deseja-se fazer uma pesquisa com 120 pessoas que frequentam esses postos de saúde, obtenha uma amostra proporcional estratificada. Use duas casas decimais para o cálculo da porcentagem.

Qual o tamanho ideal que deve ter uma amostra?

Um problema relevante que temos, a partir da escolha de uma amostra é o de saber qual a dimensão desejada para a amostra a recolher. Este é um problema para o qual nesta fase, não é possível avançar nenhuma teoria, já que depende de estudos referentes à Estatística Indutiva.

3 TRATAMENTO DE DADOS - DISTRIBUIÇÕES DE FREQUÊNCIAS E GRÁFICOS

3.1 Tabelas ou distribuições de frequência.

As tabelas ou distribuições de frequência são usadas para sintetizar valores obtidos por meio de coleta de dados. Podemos construir distribuições de frequência para variáveis quantitativas ou qualitativas.
Uma distribuição de frequência é chamada de **distribuição de frequência variável discreta** quando estamos trabalhando com **variáveis qualitativas ou quantitativas discretas**.
Uma distribuição de frequência é chamada de **distribuição de frequência variável contínua** quando estamos trabalhando com **quantitativas contínuas ou discretas.**

3.1.1 Construção da distribuição de frequência – variável discreta

Uma tabela ou distribuição de frequência variável discreta deve conter 4 colunas distribuídas da seguinte forma:

Variável (x_i)	**Frequência Absoluta (f_i)**	**Frequência Relativa (fr_i)**	**Porcentagem ($fr_i\%$)**
Devem ser colocados todos os valores assumidos pela variável em estudo	Obtida da contagem direta dos valores ou realizações da variável	$fr_i = f_i / n$ n = nº total de elementos da sequência em estudo	$fr_i\% = fr_i \times 100$

Exemplo: A sequência abaixo representa as notas de 30 alunos em uma prova de Estatística. Obtenha a distribuição de frequência variável discreta.

Quadro 3.1 Notas de Estatística

3	5	4	4	4	5	3	4	4	5
2	1	4	3	2	4	2	4	3	4
3	3	1	4	4	3	4	4	5	3

Distribuição de frequência – Variável Discreta - Notas de Estatística.

Notas (x_i)	**Frequência Absoluta (f_i)**	**Frequência Relativa (fr_i)**	**Porcentagem ($fr\%_i$)**

3.1.2 Construção da distribuição de frequência – variável contínua

Uma tabela ou distribuição de frequência variável contínua é utilizada quando, na sequência numérica em estudo há um grande número de elementos distintos. Neste caso uma distribuição de frequência variável discreta não seria aconselhável, pois não faria a redução conveniente dos dados. Nesta situação é conveniente agrupar os dados por faixas de valores, o que chamamos de distribuição de **frequência variável contínua.**

A sequência abaixo representa as notas de 30 alunos em Matemática

Quadro 3.2 Notas de Matemática

3	4	2,5	4	4,5	6	5	5,5	6,5	7
7,5	2	3,5	5	5,5	8	8,5	7,5	9	9,5
5	5,5	4,5	4	7,5	6,5	5	6	6,5	6

Uma tabela ou distribuição de frequência – variável contínua deve conter 4 colunas distribuídas da seguinte forma:

Variável (x_i)	**Frequência Absoluta (f_i)**	**Frequência Relativa (fr_i)**	**Porcentagem ($fr_i\%$)**
Colocar os valores assumidos pela variável em estudo agrupados por faixa de valores	Obtida da contagem direta dos valores presentes em cada faixa de valores	$fr_i = f_i / n$ n = nº total de elementos da sequência em estudo	$fr_i\% = fr_i \times 100$

Para construção dessa distribuição devemos ter conhecimento de alguns conceitos:

1. AMPLITUDE TOTAL DE UMA SEQUÊNCIA (At)

É sempre um número **inteiro.**

$\boxed{\textbf{At = (Xmáx – Xmin)} \text{ + algo}}$, onde Xmáx é o maior valor da sequência e Xmin é o menor valor da sequência.

Algo = será um número aleatório e conveniente

2. **NÚMERO DE CLASSES (K):** é o numero de linhas que uma distribuição de frequência deve ter. Existem vários critérios que podem ser utilizados a fim de determinar o número de classes, porém tais critérios servirão apenas como indicação e nunca como regra fixa, pois caberá sempre ao pesquisador estabelecer o melhor número, levando-se em conta o intervalo de classe e a facilidade para os posteriores cálculos numéricos. Neste estudo, destacaremos dois métodos:

a) Fórmula de Sturges, que estabelece que o número de classes K é calculado por:
   K = 1 + 3,3 log n onde n = número de elementos observados.

   Em uma amostra com 50 elementos teríamos o seguinte cálculo:
   K = 1 + 3,3 log n
   K = 1 + 3,3 log 50
   K = 1 + 3,3(1,69897)
   K = 1 + 5,6 = 6,6 **Considere somente a parte inteira do número sem arredondamentos**

b) Ou de uma maneira mais simples poderíamos usar: $\boxed{K = \sqrt{n}}$.

O número de linhas de uma distribuição de frequência variável continua não deve ser menor do que 4.

c) **CÁLCULO DA AMPLITUDE DO INTERVALO CLASSE (h):** Para calcular a amplitude do intervalo de classe devemos fazer:

$\boxed{\text{h = At / K}}$

d) **LIMITE DE CLASSE**: cada intervalo de classe fica caracterizado por dois números reais. O menor é chamado de limite inferior (**l**) da classe e o maior de limite superior da classe (**L**).

Exemplo: na classe 2 |- 4, l = 2 e L = 4.

e) **AMPLITUDE DE <u>CADA</u> INTERVALO DE CLASSE (h):** conhecidos os limites superiores e inferiores, é a diferença entre o limite superior e o limite inferior da classe $\boxed{\text{h = L – l}}$

3.1.3 Exemplo de construção de uma variável contínua.

Considere as notas de 30 alunos na disciplina de Matemática já descrita, anteriormente no Quadro 3.2.

1. Cálculo da amplitude total (At) (Deve ser sempre um número inteiro)
At = (Xmax – Xmin) + algo
Xmax= 9,5 e Xmin = 2
Portanto At = 9,5 – 2 = 7,5 (Esse número deve ser ajustado SEMPRE para MAIOR de forma conveniente). Nesse caso o algo foi igual a 0,5

Para que At seja inteiro vamos ajustá-lo para 8,0.

- **At pode ser ajustado mais de uma vez de acordo com nossa conveniência. Se isso acontecer faça o ajuste de 1 em 1.**

2. Cálculo do número de classes (k) (linhas):
$\boxed{K = \sqrt{n}}$ **Considere somente a parte inteira da raiz sem arredondamentos**

$\Rightarrow$ K = $\sqrt{30} \Rightarrow$ K$\cong 5$ (nº ideal de classes). A Estatística permite a seguinte mobilidade em relação ao número de classes que uma distribuição deve ter: podemos considerar como número de classes além da ideal uma inferior ou uma superior. Portanto, neste caso, podemos usar K = 4 ou K = 5 ou K = 6.

3. Cálculo da amplitude do intervalo de classe (h) deve ser sempre um numero inteiro.
h = At/K
$\Rightarrow$ h = 8 / 4 $\Rightarrow$ h = 2 (usamos k = 4, por ser mais conveniente, uma vez que torna a amplitude de cada classe um número inteiro).

4. Feitos todos os cálculos, vamos agora efetivamente montar a distribuição de frequência – variável contínua.

Notas de Matemática (x_i)	**Frequência Absoluta (f_i)**	**Frequência Relativa (fr_i)**	**Porcentagem (fr_i%)**
2 |- 4			
4 |- 6			
6 |- 8			
8 |- 10			
Total			

3.2 Exercícios

1. Um teste para aferir o quociente de inteligência (QI) de 70 alunos de uma classe de um Colégio deu origem a seguinte sequência de valores. Construa a distribuição de frequência variável **contínua**.

Quadro 3.3 Quociente de Inteligência (QI) dos alunos de um Colégio

111	90	121	105	122	61	128	112	128	93
108	138	88	110	112	112	97	128	102	125
87	119	104	116	96	114	107	113	80	113
123	95	115	70	115	101	114	127	92	103
78	118	100	115	116	98	119	72	125	109
79	139	75	109	123	124	108	125	116	83
94	106	117	82	122	99	124	84	91	130

2. Uma pesquisa sobre as idades de uma classe de calouros de uma Faculdade, revelou os seguintes valores. Construa uma tabela de frequência variável **discreta.**

Quadro 3.4 Idades (anos) dos calouros de uma Faculdade

18	17	18	20	21	19	20	18	17	19
20	18	19	18	19	21	18	19	18	18
19	19	21	20	17	19	19	18	18	19
18	21	18	19	19	20	19	18	19	20
18	19	19	18	20	20	18	19	18	18

3. Foi feita uma pesquisa em uma academia de ginástica para medir a estatura em centímetros (cm) das frequentadoras. Aleatoriamente, foram escolhidas e entrevistadas 25 mulheres. Construa uma distribuição de frequência variável **continua.**

Quadro 3.5 Estaturas (cm) das alunas da Academia

156	166	165	175	165
164	163	160	175	150
146	165	165	167	165
163	164	159	158	163
162	167	167	155	152

4. Uma escola de Ensino Médio possui 5 classes de 1º ano. O professor de Educação Física mediu o peso em quilogramas de 25 alunos que foram escolhidos aleatoriamente e anotou na tabela abaixo. Construa uma distribuição de frequência variável **contínua.**

Quadro 3.6 Peso dos alunos 1ª serie do Ensino Médio

49	48	66	63	57
50	51	60	65	38
38	52	53	65	50
54	63	64	43	53
52	53	58	49	41

5. Os números abaixo representam os pesos em Kg de 50 funcionários de uma empresa, construa uma distribuição de frequência variável **contínua.**

Quadro 3.7 Pesos dos funcionários de uma empresa

72	81	57	64	87	90	74	69	77	73
80	96	55	58	88	92	91	60	68	80
77	76	59	57	83	81	90	68	65	74
91	97	86	82	73	64	69	71	88	94
77	72	81	91	96	59	52	50	63	70

3.3 Gráficos

São utilizados para representar visualmente, por meio de figuras geométricas, como se comportam as variáveis que estamos estudando.
A representação gráfica fornece uma visão de conjunto mais rápida que a observação direta de dados numéricos. Por isso os meios de comunicação com frequência oferecem informações estatísticas por meio de gráficos.

3.3.1 Gráfico de segmentos ou de linhas

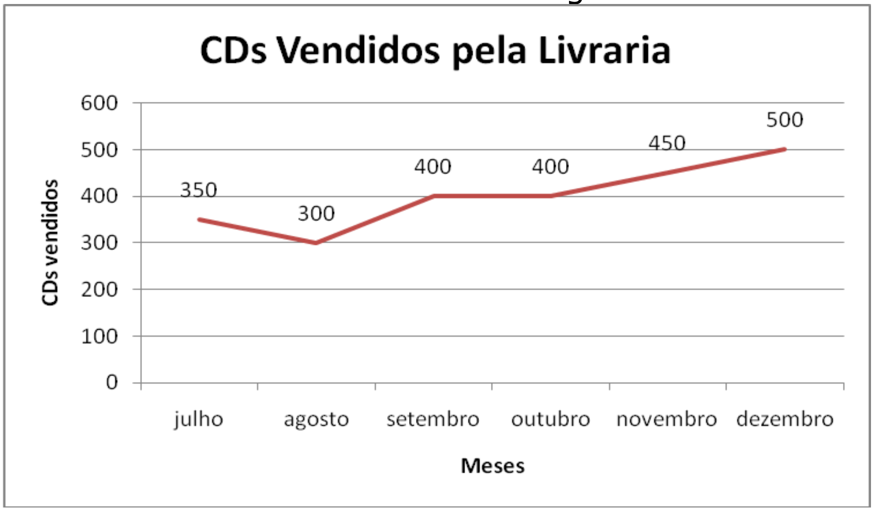
A tabela que segue mostra a venda de CDs no 2º semestre de 2009 por uma Livraria.

Meses do 2º semestre	nº de CDs vendidos

julho	350
agosto	300
setembro	400
outubro	400
novembro	450
dezembro	500

Podemos representar esses dados por meio de um gráfico de linhas fazendo a correspondência por pares ordenados (mês/quantidade de CDs vendidos), usando o eixo de coordenadas cartesianas. Veja:

Gráfico 1: Gráfico de segmentos



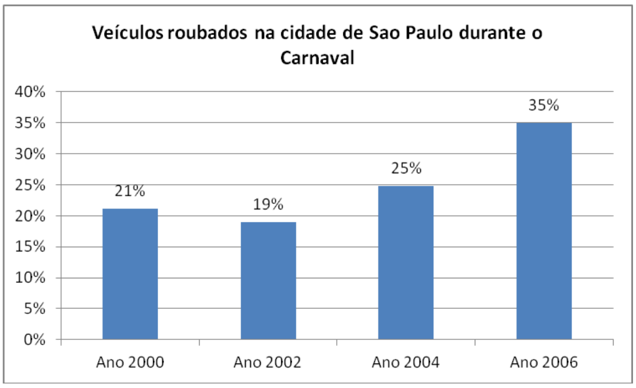
Os graficos de segmentos são utilizados principalmente para mostrar a evolução das frequencias dos valores de uma variavel durante um certo periodo de tempo. A posição do segmento indica crescimento, decrescimento ou estabilidade. Pelo grafico temos que:

- De julho para agosto as vendas cairam
- De agosto para setembro as vendas ___________________________
- De setembro para outubro as vendas __________________________
- De outubro para novembro as vendas __________________________
- De novembro para dezembro as vendas ________________________

3.3.1 Gráfico de colunas (barras)

É utilizado para representar variáveis qualitativas ou quantitativas discretas. Ele é representado por um conjunto de hastes (retângulos) verticais, em um sistema de coordenadas cartesianas que tem por base os valores ou realizações da variável em estudo e por altura as porcentagens correspondentes ou as frequencias absolutas.

Gráfico 2: Gráfico de colunas

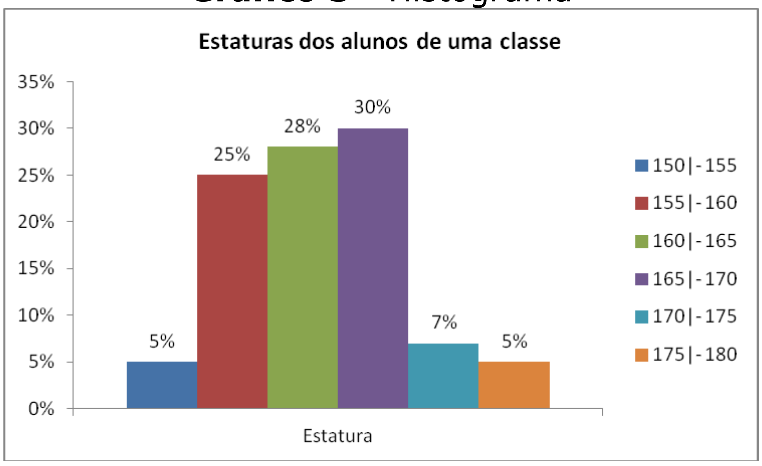


Fonte: Elaborado pela autora

3.3.2 Histograma

É utilizado para representar variáveis quantitativas contínuas. É um conjunto de retângulos verticais e justapostos, representado em um sistema de coordenadas cartesianas. As bases são os intervalos de classe da variável em estudo e as alturas as porcentagens correspondentes ou as frequência absolutas.

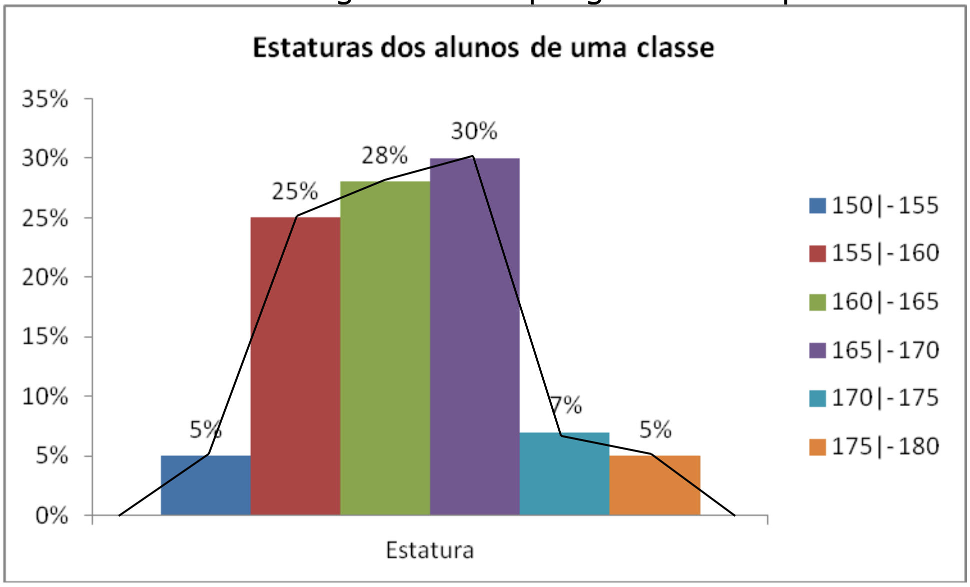
Gráfico 3 - Histograma



Fonte: Elaborado pela autora

A união dos pontos médios das bases superiores desses retângulos, **iniciando e terminando no eixo x**, dá origem a figura chamada de **polígono de frequência.**

Gráfico 4: Histograma com polígono de frequência



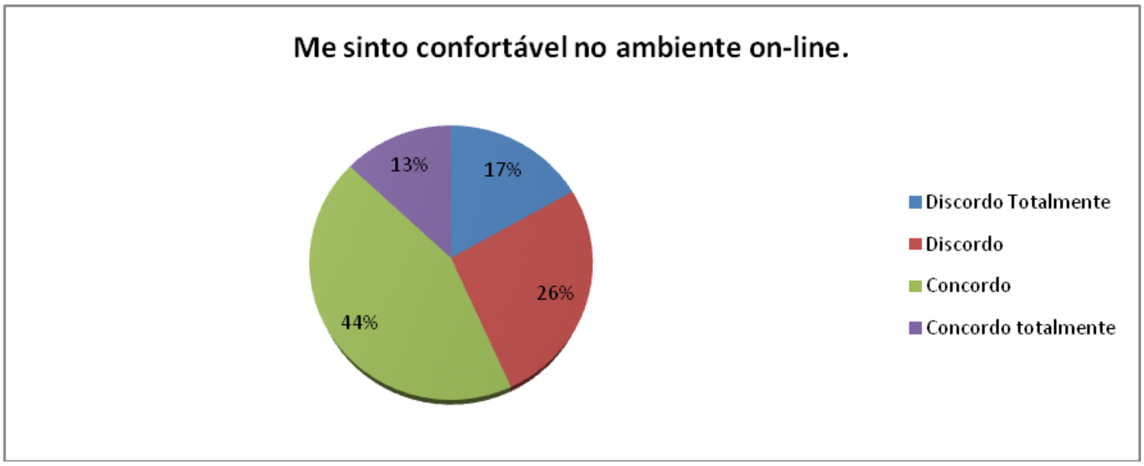
Fonte: Elaborado pela autora

3.3.3 - Gráfico de setores

É utilizado para representar distribuições de frequência variável discreta. O gráfico de setores é construído sobre uma circunferência. Cada setor ou parte que essa circunferência fica dividida é proporcional as frequências relativas da variável em estudo.

Cálculo do setor circular: $\boxed{\text{setor} = \text{fri} \times 360º}$

Gráfico 5: Gráfico de setores



Fonte: Elaborado pela autora

3.4 Exercícios

1. O Quadro 3.8 representa os tipos sanguíneos de 60 pessoas

Quadro 3.8 Tipos sanguíneos

O	A	A	AB	O	A	A	O	O	O
O	A	A	O	A	O	A	O	A	A
O	A	A	O	B	O	A	B	A	O
A	A	A	AB	A	O	O	A	B	O
O	AB	O	A	O	A	O	A	A	AB
O	B	A	O	AB	A	O	O	A	A

a) Construa uma distribuição de frequência variável discreta
b) Construa um gráfico de setores.
c) Quais as conclusões que você chaga ao observar o gráfico

2. O Quadro 3.9 representa os níveis de colesterol de 60 pacientes

Quadro 3.9 Nível de Colesterol Total

276	221	215	262	252	268	325	286	261	202	227	259
309	270	225	207	309	326	229	247	331	203	230	298
193	186	169	269	284	246	212	201	178	222	262	211
169	188	343	309	202	277	182	186	348	221	182	260
245	256	256	322	253	318	225	220	164	259	177	225

a) Construa a distribuição de frequência variável **continua**.
b) Construa o histograma.
c) Em um Congresso Médico chegou-se ao consenso de que o colesterol total de uma pessoa deve ser < que 200 para que ele seja considerado normal, nestas condições analisando os dados apresentados a que conclusões podemos chegar?

3. O Quadro 4.0 representa os saldos de 52 clientes do Banco Superbom.

Quadro 4.0 Saldos de clientes do Banco Superbom

45	50	150	100	150	125	55	50	125	75	150	45	50
95	30	80	75	60	75	75	165	50	55	100	70	80

47	90	100	125	170	130	150	50	75	130	125	95	65
15	120	50	60	130	100	65	75	47	60	100	80	70

a) Construa a distribuição de frequência variável **contínua**.
b) Construa o histograma.

3.5 Exercícios de revisão

1) Imagine que você tem 500 cadastros arquivados em sua empresa e você quer uma amostra de 2% desses cadastros. Como você obteria uma amostra sistemática?

2) Em 1500 alunos de uma escola foram sorteados 150 para compor a amostra de um estudo. Explique como faria para obter a amostra usando a técnica de amostragem sistemática

3) Descreva como obter uma amostra representativa, de 10%, de uma população de 200 alunos de uma escola, usando a técnica de amostragem aleatória simples

4) Se uma população se encontra dividida em quatro estratos, com tamanhos N1=90 , N2=120 , N3=60 e N4=480 e queremos retirar no total 100 elementos, quantos elementos devem ser retiradas de cada estrato para que se mantenha a proporção?

5) A tabela a seguir apresenta as vendas de um determinado aparelho elétrico, durante um mês, por uma loja. Obtenha uma distribuição de frequência variavel discreta e construa um gráfico de colunas ou barras.

14	12	11	13	14	13
12	14	13	14	11	12
12	14	10	13	15	11
15	13	16	17	14	14

6) Os resultados do lançamento de um dado 20 vezes foram:

6 5 6 3 4 3 5 2 4 1 4 5 6 1 3 1 2 4 1 5

Faca uma distribuição de frequência variavel discreta e construa um gráfico de setores.

7) Os dados seguintes representam 20 observações relativas ao índice pluviométrico em determinado município do Estado:

144	152	159	160
160	151	157	146
154	145	151	150
142	146	142	141
141	150	143	158

Milímetros de chuva

Construa uma distribuição de frequência variavel continua e o respectivo histograma

4 MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL

As medidas de tendência central recebem este nome por posicionar-se no centro da variável em estudo. As principais são: média aritmética, moda e mediana.

4.1 Média aritmética

É representada pelo símbolo $\bar{x}$ quando se refere a uma amostra. Para calcular a média aritmética usamos as fórmulas:

$\boxed{\bar{x} = \frac{\sum xi}{n}}$ (dados brutos) $\boxed{\bar{x} = \frac{\sum xi.fi}{\Sigma fi}}$ (variável discreta e contínua)

Obs: no caso da variável contínua, xi é o ponto médio de cada classe.

Exemplo 1: A sequência representa as notas de estudantes X: 4, 5, 5, 6, 6, 7, 7, 8. Determine a media aritmética dessas notas.

$$\boxed{\bar{x} = \frac{\sum xi}{n}} \Rightarrow \bar{x} = \frac{4+5+5+6+6+7+7+8}{8} \Rightarrow \bar{x} = 6$$

Exemplo 2: A distribuição abaixo representa as notas de estudantes, obtenha a média aritmética.

Notas (xi)	**fi**	**xi . fi**
4	1	4
5	2	10
6	2	12
7	2	14
8	1	8
Totais	8	48

$$\boxed{\bar{x} = \frac{\sum xi.fi}{\Sigma fi}} \Rightarrow \bar{x} = \frac{48}{8} \Rightarrow \bar{x} = 6$$

Exemplo 3: A distribuição abaixo representa notas de 30 alunos, obtenha a média aritmética.

Notas	fi	xi *(ponto médio)	xi . fi
2 |- 4	4	(2 + 4) / 2 = 3	12
4 |- 6	12	(4 + 6) / 2 = 5	60
6 |- 8	10	(6 + 8) / 2 = 7	70
8 |- 10	4	(8 + 10) / 2 = 9	36
Totais	30		178

$$\bar{x} = \frac{\sum xi.fi}{\Sigma fi} \Rightarrow \bar{x} = \frac{178}{30} \Rightarrow \bar{x} = 5{,}93$$

4.1.1 Exercícios

1. Uma loja vende cinco produtos básicos A, B, C, D e F. O lucro por unidade comercializada destes produtos é respectivamente R$ 200,00; R$ 300,00; R$ 500,00; R$ 1.000,00 e R$ 5.000,00. A loja vendeu em determinado mês 20; 30; 20; 10 e 5 unidades respectivamente. Qual foi o lucro médio desta loja? Sugestão: Organize os dados em uma tabela

2. Calcule a idade média dos alunos de uma classe de primeiro ano de determinado Faculdade.

Idade (anos)	nº de alunos
17	3
18	18
19	17
20	8
21	4
Totais	

3. O salário de 40 funcionários de um escritório está distribuído segundo o quadro abaixo. Determine o salário médio destes funcionários.

Salários (R$)	nº funcionários
400 |- 500	12
500 |- 600	15
600 |- 700	8
700 |- 800	3
800 |- 900	1
900 |- 1000	1
Totais	

4.2 Mediana (md)

É o valor real que separa o rol em duas partes deixando à sua direita o mesmo número de elementos que à sua esquerda. Para calcular a mediana devemos considerar duas situações: se o número de elementos da sequência é par ou ímpar

1º caso: Dados brutos ou rol.

- Ordenar os elementos da sequência.
- Determinar o número n de elementos da sequência;
- Se **n é impar**, admite apenas um termo central que ocupa a posição $\left(\frac{n+1}{2}\right)^{o}$. O elemento que ocupa esta posição é a mediana.
- Se **n é par**, o rol admite dois termos centrais que ocupam as posições $\left(\frac{n}{2}\right)^{o} e \left(\frac{n}{2}+1\right)^{o}$. A mediana é a média aritmética entre os valores que ocupam estas posições.

Exemplo 1: Determine a mediana da sequência X: 2, 20, 12, 23, 20, 8, 12
Solução: Ordenar X: 2, 8, 12, 12, 20, 20, 23 daí temos n = 7
Mediana: (7+1) / 2 = 4ª posição, portanto a **mediana é 12.**

Exemplo 2: Determine a mediana da sequência X: 7, 21, 13, 15, 10, 8, 9, 13
Solução: Ordenar X: 7, 8, 9, 10, 13, 13, 15, 21 daí temos n = 8
Posição da Mediana: 8 / 2 = 4ª posição e (8 / 2) + 1 = 5ª posição
Os elementos que ocupam as 4ª e 5ª posições são: 10 e 13
Daí temos que a **mediana é (10 + 13) / 2 = 11,5**

2º caso: Variável Discreta

Neste caso os dados já estão ordenados e agrupados em uma tabela de frequência, basta proceder como no caso de Dados Brutos.

Exemplo 1. Determinar a mediana da série

xi	fi
2	1
5	4
8	10
10	6
12	2
Total	23

Solução: A série é composta por 23 elementos, portanto só admite um termo central.
A posição da mediana é (23+1) / 2 = 12ª posição, daí o termo que ocupa a 12ª posição é igual a **8 que é a mediana.**
Podemos dizer que 50% dos valores da série são menores que 8 e 50% dos valores são maiores do que 8

Exemplo 2: Determinar a mediana da série

xi	fi	Fi
0	3	3
1	5	8
2	8	16
3	10	26
5	6	32
Total	32	

Solução: A série é composta por 32 elementos, admite dois termos centrais.
A posição da mediana é 32/2 = 16ª posição, e (32/2 + 1) = 17ª posição. Os elementos que ocupam a 16ª e 17ª posições da seqüência vão formar a mediana da série.
Temos que a **mediana é (2 + 3) / 2 = 2,5**
Podemos dizer que 50% dos valores da série são menores que 2,5 e 50% dos valores são maiores do que 2,5

3º Caso: Variável Contínua

No caso da variável continua não podemos empregar o sistema anterior de cálculo da mediana uma vez que neste caso, a distribuição de frequência é agrupada por intervalos de classe.

Usaremos então a seguinte fórmula para cálculo da mediana:

$$md = lmd + \left(\frac{\frac{n}{2} - Fant}{fmd} \right) .h$$

onde:

lmd = limite inferior da classe mediana
n = total de elementos da sequência
Fant = **frequência acumulada** da classe anterior à classe mediana
fmd = frequência absoluta da classe mediana
h = amplitude do intervalo de classe.

Exemplo 1: Considere a distribuição de frequência abaixo:

xi	fi	Fi
3 |- 6	2	2
6 |- 9	5	7
9 |- 12	8	15
12|- 15	3	18
15|- 18	1	19
Total	19	

O número de elementos da série é impar.
Para identificar a posição da mediana fazemos (n +1)/2 = (19 + 1) / 2 = 10ª posição. Portanto a mediana é um valor situado na 3ª classe (classe mediana).

Calculando a mediana temos:

$$md = lmd + \left(\frac{\frac{n}{2} - Fant}{fmd} \right) .h$$

$$md = 9 + \left(\frac{\frac{19}{2} - 7}{8} \right) .3$$

md = 9,94 (valor aproximado da mediana)

4.3 Moda (Mo)

Definimos moda como o valor que aparece com maior frequência em um conjunto de dados. A moda pode ser classificada de acordo com o número de modas em amodal (sem moda), unimodal ou modal (uma moda), bimodal (duas modas) e polimonal (mais de duas modas). Para calcular a moda devemos considerar:

1º caso: Dados brutos

Basta identificar o(s) elemento(s) de maior frequência.

Exemplo 1: Determine a moda das sequências e classifique de acordo com o número de modas.

a) X: 2, 8, 3, 5, 4, 5, 3, 5, 5, 1 - a moda é 5 e a sequência é modal ou unimodal
b) Y: 6, 10, 5, 6, 10, 2 - as modas são 6 e 10 e a sequência é bimodal
c) Z: 2, 2, 5, 8, 5, 8 – não há moda e a sequência é amodal.

2º caso: Variável discreta

Neste caso deve-se proceder como para calcular a moda para dados brutos, observando em qual linha temos o elementos com maior frequência (fi).

xi	fi
0	3
1	5
2	8
3	10
5	6
Total	32

Idade (anos)	nº de alunos
17	3
18	18
19	5
20	18
21	4
Totais	

3º caso: Variável contínua

Para determinar a moda de uma variável contínua podemos optar por vários processos. Daremos destaque para a moda de *King* e a de *Czuber.*

4.3.1 Moda de King

De acordo com *King* devemos usar a fórmula abaixo para calcular a moda:

$$\boxed{mo = lmo + \left(\frac{fpost}{fant + fpost}\right).h}$$ onde:

lmo = limite inferior da classe modal
fpost = frequência absoluta da classe posterior à classe modal
fant = frequência absoluta da classe anterior à classe modal
h = amplitude do intervalo de classe.

Exemplo 1: Determine a moda de *King* para a sequência abaixo:

Idades	fi
0 |- 10	1
10 |- 20	3
20 |- 30	6
30 |- 40	2
Total	

Mo = 24

Interpretação: De acordo com King, a idade mais freqüente é 24 anos.

4.3.2 Moda de Czuber

Esta é a moda mais **precisa** e a mais confiável, pois usa um número maior de parâmetros. Para calculá-la usamos a seguinte fórmula:

$$\boxed{mo = lmo + \left(\frac{fmo - fant}{2.fmo - (fant + fpost)}\right).h}$$ onde:

lmo = limite inferior da classe modal
fmo =frequência absoluta da classe modal
fant = frequência absoluta da classe anterior à classe modal
fpost = frequência absoluta da classe posterior à classe modal
h = amplitude do intervalo de classe.

Exemplo 1: Determine a moda de *Czuber* para a sequência abaixo:

Idades	fi
0 |- 10	1
10 |- 20	3
20 |- 30	6
30 |- 40	2
Total	

Mo = 24,29

Interpretação: De acordo com *Czuber*, a idade mais freqüente é 24,29 anos.

Mo = 24,29 – O valor 24,29 é o mais frequente nesta série.

4.4 Exercícios

1. A sequência abaixo representa um banco de horas de uma empresa

Quadro 1 – Banco de horas.

Número de horas (xi)	25	37	38	42	45	47	48	49	51	53
Funcionários (fi)	3	5	15	18	20	13	23	26	23	29

Determine:
a) a media aritmética
b) a mediana
c) a moda

2. O quadro abaixo representa as alturas dos alunos de uma escola de Ensino Fundamental

Quadro 2 – Altura dos alunos de uma escola de Ensino Fundamental

Altura (cm)	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165
Nº de alunos	4	41	82	206	411	822	493	164	123	8	3

Determine:
a) a media aritmética
b) a mediana
c) a moda.

3. O quadro abaixo representa os salários de 25 funcionários selecionados em uma empresa.

Quadro 3 Salários dos funcionários da empresa Yoyo

Salários (R$)	Nº funcionários
1.000,00 |- 1.200,00	2
1.200,00 |- 1.400,00	6
1.400,00 |- 1.600,00	10
1.600,00 |- 1.800,00	5
1.800,00 |- 2.000,00	2
Total	

Determine:
a) A média aritmética. Como você interpreta esse valor?
b) A mediana. Como você interpreta esse valor?
c) A moda de *King* e de *Czuber.*
d) Qual dessas modas é mais confiável?
e) Como você interpreta o valor da moda de *Czuber*?

4. Os dados abaixo representam as notas de Matemática de um simulado realizado.

Quadro 4 Notas de Matemática

Notas	Nº alunos
0 |- 2	5
2 |- 4	18
4 |- 6	12
6 |- 8	20
8 |- 10	3
Total	

Determine:
a) A média aritmética. Como você interpreta esse valor?
b) A mediana. Como você interpreta esse valor?
c) A moda de *King* e de *Czuber.*
d) Qual dessas modas é mais confiável, por que?
e) Como você interpreta o valor da moda de *King*?

5 MEDIDAS DE DISPERSÃO OU DE VARIAÇÃO

Estas medidas avaliam a dispersão ou a variabilidade da sequência numérica em análise, são medidas que fornecem informações complementares à informação da média aritmética. As principais medidas de dispersão são: a variância e o desvio-padrão.

Usaremos as letras **s^2** para denotar a variância de uma amostra e **s** para denotar o seu desvio-padrão.

5.1 Cálculo da variância e desvio padrão

Para calcular a variância e o desvio-padrão devemos usar as formulas que seguem:

1º caso: Dados brutos ou rol

Fórmula: $\boxed{s^2 = \dfrac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$ (variância) $\boxed{s = \sqrt{s^2}}$ (desvio-padrão)

Exemplo 1: Calcule a variância e o desvio padrão das notas de três turmas de estudantes.

Quadro 1 – Notas de estudantes das Turmas A, B e C

Turma	Notas dos alunos								Média	Desvio-Padrão
A	4	5	5	6	6	7	7	8	6	1,31
B	1	2	4	6	6	9	10	10	6	3,51
C	0	6	7	7	7	7,5	7,5		6	2,69

Cálculo da variância e desvio-padrão da turma A

Para calcular o desvio-padrão, a primeira coisa a determinar é a média aritmética, pois a variância depende dela.

Média $\boxed{\bar{x} = \dfrac{\sum xi}{n}} \Rightarrow \bar{x} = \dfrac{4+5+5+6+6+7+7+8}{8} = 6$

$\boxed{s^2 = \dfrac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$ (variância)

$(4 - 6)^2 = 4$
$(5 - 6)^2 = 1$
$(5 - 6)^2 = 1$
$(6 - 6)^2 = 0$
$(6 - 6)^2 = 0$
$(7 - 6)^2 = 1$
$(7 - 6)^2 = 1$
$(8 - 6)^2 = 4$

$$\boxed{s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \Rightarrow s^2 = \frac{12}{7} = 1{,}71 \text{ (variância)}$$

$$\boxed{s = \sqrt{s^2}} \Rightarrow s = \sqrt{1{,}71} = 1{,}31 \text{ (desvio-padrão)}$$

Analisando os dados da tabela acima verificamos através da média que as três turmas tenderam a ter as notas em torno de seis, porém a sequência de notas que geraram esta média são bastante diferentes. A turma A foi quem apresentou menor desvio-padrão e a turma B o maior desvio.

O desvio-padrão fornece informação sobre a dispersão (variância ou heterogeneidade) dos valores em estudo.

2º caso: Variável Discreta

Fórmula: $\boxed{s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 . fi}{\sum fi - 1}}$ (variância) $\boxed{s = \sqrt{s^2}}$ (desvio-padrão)

Exemplo 1: O quadro 2 representa as notas de Matemática, calcule a variância e o desvio-padrão.

Quadro 2 – Notas de Matemática

Notas de Matemática (xi)	fi	xi.fi	(xi - $\bar{x}$)^2. fi
2	3	6	(2 - 3,65)^2 . 3 = 8,17
3	5	15	(3 - 3,65)^2 . 5 = 2,11
4	8	32	(4 - 3,65)^2 . 8 = 0,98
5	4	20	(5 - 3,65)^2 . 4 = 7,29
Totais	20	73	18,55

$$\boxed{s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 . fi}{\sum fi - 1}} \Rightarrow s^2 = \frac{18{,}55}{19} \Rightarrow s^2 = 0{,}98 \text{ (variância)}$$

$$\boxed{s = \sqrt{s^2}} \Rightarrow s = \sqrt{0{,}98} \Rightarrow s = 0{,}99 \text{ (desvio-padrão)}$$

3º caso: Variável Contínua

Para calcular a variância e o desvio-padrão de variáveis continuas devemos proceder como para as variáveis discretas, tomando somente o cuidado de substituir o **xi pelos pontos médios de cada classe,** uma vez que a variável está agrupada com intervalos de classe.

Exemplo 1: O quadro 3, representa um banco de horas de uma pequena empresa. Calcule a variância e o desvio-padrão.

Quadro 3 – Banco de horas dos empregados de uma empresa

Banco de horas (h)	fi	xi (ponto médio)	xi . fi	(xi - $\bar{x}$)^2. fi
0 |- 4	1	2	2	$(2 - 8{,}4)^2 \cdot 1 = 40{,}96$
4 |- 8	3	6	18	$(6 - 8{,}4)^2 \cdot 3 = 17{,}28$
8 |- 12	5	10	50	$(10 - 8{,}4)^2 \cdot 5 = 12{,}80$
12 |- 16	1	14	14	$(14 - 8{,}4)^2 \cdot 1 = 31{,}36$
Totais	10		84	102,4

Média $\boxed{\bar{x} = \frac{\sum xi.fi}{n}}$ $\Rightarrow \bar{x} = \frac{84}{10} = 8{,}4$

Variância $\boxed{s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 . fi}{\sum fi - 1}}$ $\Rightarrow s^2 = \frac{102{,}4}{9} = 11{,}38$

Desvio-padrão $\boxed{s = \sqrt{s^2}}$ $\Rightarrow s = \sqrt{11{,}38} = 3{,}37$

5.2 Para entender o desvio-padrão

De inicio devemos ter em mente que o desvio-padrão mede a variação entre os valores que estão sendo observados. Valores próximos uns dos outros originam desvios-padrão menores, enquanto valores muito afastados uns dos outros dão um desvio-padrão maior.

5.2.1 Regra empírica ou regra 68-95-99

Uma regra que auxilia na interpretação do valor de um desvio-padrão é a regra empírica, aplicável somente a conjuntos de dados aproximadamente em forma de sino, também conhecida como distribuição Normal ou de Gauss. (figura 1). Essa figura mostra como a média e o desvio-padrão estão relacionados com a proporção dos dados que se enquadram em determinados limites. Assim é que, com uma distribuição em forma de sino, temos 95% dos seus valores a menos de dois desvios-padrão da média. A regra empírica costuma a ser designada abreviadamente como a regra 68-95-99.

De acordo com a regra 68-95-99 temos que:

a. cerca de 68% dos valores estão a menos de 1 desvio-padrão a contar da média;

b. cerca de 95% dos valores estão a menos de 2 desvios-padrão a contar da média;

c. cerca de 99,7% dos valores estão a menos de 3 desvios-padrão a contar

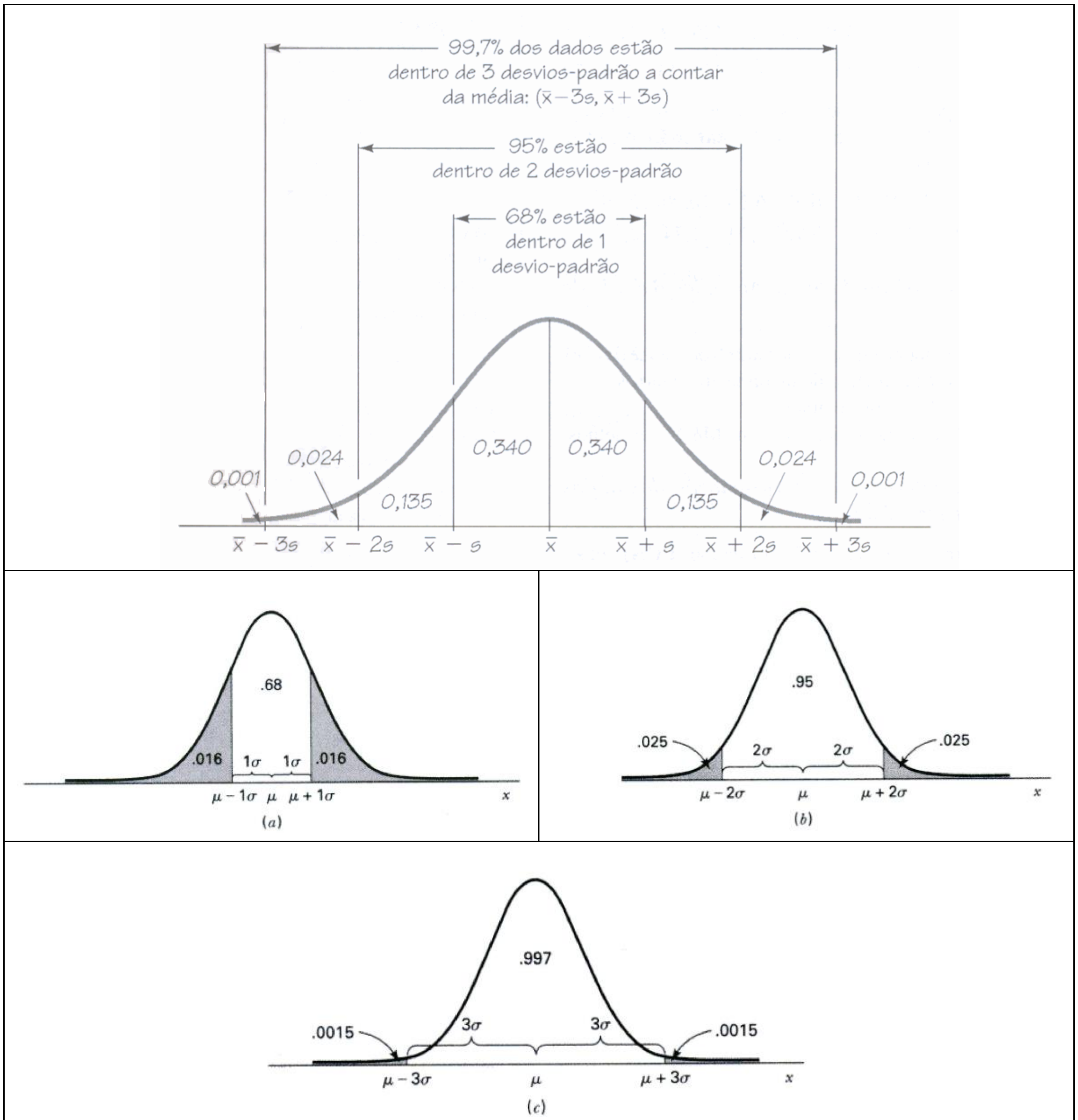


Figura 1 : Distribuição normal com a regra 68-95-99

da média

Exemplo 1: Os QIs de um grupo de adultos apresentam uma distribuição em forma de sino com média 100 e desvio-padrão 15. Aplique a regra empírica para determinar a porcentagem de adultos com QI entre 55 e 145.

Solução: Vamos usar a regra empírica e ver o que acontece

1º intervalo 68%	**2º intervalo 95%**	**3º intervalo 99%**
$\bar{x} - s = 100 - 15 = 85$ $\bar{x} + s = 100 + 15 = 115$	$\bar{x} - 2s = 100 - 2.15 = 70$ $\bar{x} + 2s = 100 + 2.15 = 130$	$\bar{x} - 3s = 100 - 3.15 = 55$ $\bar{x} + 3s = 100 + 3.15 = 145$
Podemos dizer que 99,7 % das pessoas tem QI entre 55 e 145		

Exemplo 2: O quadro abaixo informa o percentual do faturamento que é aplicado em treinamento e desenvolvimento dos funcionários em uma amostra de 50 empresas. Considerando as informações, determine:

13,5	9,5	8,2	6,5	8,4	8,1	6,9	7,5	10,5	13,5
7,2	7,1	9	9,96	8,2	13,2	9,2	6,9	9,6	7,7
9,7	7,5	7,2	5,9	6,6	11,1	8,8	5,2	10,6	8,2
11,3	5,6	10,1	8	8,5	11,7	7,1	7,7	9,4	6
8	7,4	10,5	7,8	7,9	6,5	6,9	6,5	6,8	9,5

a) O percentual médio aplicado em treinamento e desenvolvimento
$\bar{x}$ = 8,49%

b) o desvio-padrão do percentual médio aplicada e treinamento
s = 1,98%

c) O número de empresas e o respectivo percentual de investimento, supondo que os dados estão simetricamente distribuídos
Usando a regra do 68-95-99 temos que:

Considerando o 1º intervalo: Número de empresas 50 * 0,68 = 34 % de investimento 8,49 + 1,98 = 10,47% 8,49 - 1,98 = 6,51% Portanto 34 empresas investem entre 6,51% e 10,47% do faturamento em treinamento e desenvolvimento
Considerando o 2º intervalo: Número de empresas 50 * 0,95 = 47,5 (48) % de investimento 8,49 + 2*1,98 = 12,45% 8,49 – 2*1,98 = 4,53% Portanto 48 empresas investem entre 4,53% e 12,45% do faturamento em treinamento e desenvolvimento
Considerando o 1º intervalo: Número de empresas 50 * 0,997 = 50 % de investimento 8,49 + 3*1,98 = 14,43% 8,49 – 3*1,98 = 2,55% Portanto 34 empresas investem entre 2,55 % e 14,43% do faturamento em treinamento e desenvolvimento

5.3 Exercícios

1. Considere as notas em Matemática nos quatro bimestres de um mesmo ano. O aluno que tiver a maior regularidade será escolhido para participar de uma competição. Baseado no desvio-padrão qual será o escolhido, justifique sua resposta.

	1º Bim	2º Bim	3º Bim	4º Bim
Aluno A	9.5	8.5	9.0	9.5
Aluno B	8.5	10.0	10.0	8.0
Aluno C	10.0	7.5	9.5	9.5

2. Os valores abaixo representam as idades dos estudantes de duas classes de um curso de inglês. A turma com idade mais homogêneos ganhará um CD, qual é a turma?

Classe 1	17	20	21	18	20	20	20	18	19	19
Classe 2	20	19	21	19	18	20	20	19	18	18

3. Determine a variância e o desvio-padrão da sequencia abaixo que representa as idades dos alunos de uma classe de primeiro ano de determinada Faculdade.

Idade (anos)	**nº de alunos**
17	3
18	18
19	17
20	8
21	4
Totais	

5. Calcule a variância e o desvio-padrão para a distribuição de valores de 54 notas fiscais emitidas selecionadas em uma loja.

Valor da nota (R$)	**nº de notas**
0 |- 50	10
50 |- 100	28
100 |- 150	12
150 |- 200	2
200 |- 250	1
250 |- 300	1
Totais	

6. A vida útil de baterias de carros é medida pelos fabricantes em meses. Se você vai comprar uma bateria para substituir a do seu carro, preferiria uma que venha de um lote com s = 1 mês ou uma que venha de um lote com s = 50 meses? As duas populações têm a mesma média e mesmo preço. Justifique sua resposta.

7. Você precisa comprar lâmpadas para a sua casa. Escolheria as lâmpadas Ultralight que tem vida média 3000 horas e desvio-padrão igual a 200 horas, ou Electrolyte que tem média de vida igual a 3000 horas e desvio-padrão igual a 250 horas? Justifique sua resposta.

8. Uma prova de inglês mostra notas com $\bar{x}$=80 e s = 10 e sabemos que segue uma distribuição normal. Aplique a regra empírica e responda:
a) Qual a porcentagem de notas entre 70 e 90?
b) Qual a porcentagem de notas a menos de 20 pontos da media?
c) Entre quais valores devem estar 99,7% das notas?

9. Um restaurante cobra o almoço dos clientes de acordo com quantidade de peso (kg) de alimento consumida. Foram observados , durante um mês uma amostra de 200 clientes. As quantidades de alimento consumidas são normalmente distribuídas com uma média de 550 g e desvio padrão de 50 g. Calcular a quantidade de clientes e qual a quantidade (em peso) máxima e mínima consumida por:

a) 68% dos clientes?

b) 95% dos clientes?

c) 99,7% dos clientes?

10. Num determinado bairro residencial de classe média, constatou-se que o consumo médio de energia se distribui normalmente, com uma média de 250 kW, com desvio padrão de 30 kW. Calcule:

a) a amplitude de 68% dos consumidores

b) Se este bairro possui 7.200 famílias, quantas famílias pertencem à zona de amplitude dos 95%?

6 COEFICIENTE DE VARIAÇÃO (CV)

O Coeficiente de Variação (CV) é utilizado quando queremos comparar duas ou mais séries de valores, relativamente à sua dispersão ou variabilidade quando expressas em unidades de medidas diferentes.

Para calcular o Coeficiente de Variação devemos usar a fórmula:

$$\boxed{CV = \frac{s}{\bar{x}} \ x \ 100}$$

O CV é:

- interpretado como a variabilidade dos dados em relação à média. Quanto menor o CV mais homogêneo é o conjunto de dados.

- adimensional, isto é, um número puro, que será positivo se a média for positiva; será zero quando não houver variabilidade entre os dados.

Exemplo 1: Sabe-se que a média aritmética das estaturas de um grupo de estudantes é $\bar{x}$=161 cm e o desvio-padrão s= 5,57cm, determine seu coeficiente de variação.

$$\boxed{CV = \frac{s}{\bar{x}} \ x \ 100} \qquad CV = \frac{5,57}{161} \ x \ 100 \qquad CV = 3,459 \text{ ou } CV = 3,5\%$$

Exemplo 2: Tomemos os resultados das medidas das estaturas e dos pesos de um mesmo grupo de pessoas. Determine o coeficiente de variação de cada uma das medidas e interprete o resultado obtido.

	$\bar{x}$ (média)	s (desvio-padrão)
ESTATURAS	175 cm	5,0 cm
PESOS	68 Kg	2,0 Kg

$$\boxed{CV = \frac{s}{\bar{x}} \ x \ 100} \qquad CV_{est} = \frac{5}{175} \ x \ 100 \qquad CV = 2,85\%$$

$$\boxed{CV = \frac{s}{\bar{x}}\ x\ 100} \qquad CV_{pes} = \frac{2}{68}\ x\ 100 \qquad \text{CV} = 2{,}94\%$$

Interpretação: Nesse grupo de pessoas os pesos apresentam maior grau de dispersão do que as estaturas, ou seja, a média aritmética das estaturas é mais confiável do que a média dos pesos.

6.1 Exercícios

1. Em um exame final de Matemática a média das notas foi de 7,8 e o desvio-padrão 0,8. Em Estatística e média final foi de 7,3 e o desvio padrão 0,76. Qual disciplina apresentou maior dispersão?

2. Medidas as estaturas de um grupo de indivíduos, obtivemos $\bar{x}$ = 162,2 cm e desvio-padrão = 8,01 cm. O peso médio desses mesmos indivíduos é 52 Kg, com um desvio-padrão de 2,3 Kg. Esses indivíduos apresentam maior variabilidade em peso ou em estatura?

3. Um grupo de 85 moças tem estatura média de 160,6 cm, com um desvio-padrão igual a 5,97 cm. Outro grupo de 125 moças tem uma estatura média de 161,9 cm, sendo o desvio-padrão igual a 6,01 cm. Qual é o coeficiente de variação de cada um dos grupos? Qual o grupo mais homogêneo, por que?

4. Um grupo de cem estudantes tem uma estatura média de 163,8 cm, com um coeficiente de variação de 3,3%. Qual é o desvio-padrão desse grupo?

5. Uma distribuição apresenta os seguintes valores: s= 1,5 e CV = 2,9%. Determine a média aritmética da distribuição.

6.2 Exercícios de revisão

1. O quadro a seguir representa os faturamentos médios semanais de 40 hotéis de uma grande cidade em milhares de dólares.

1,62	25,14	9,07	6,33	11,57	11,31	52,22	36,25	15,12	8,38
11,44	7,80	17,85	7,57	7,74	6,73	29,53	8,96	60,50	12,49
8,88	10,99	12,01	12,61	19,85	7,94	19,09	57,06	36,64	17,49
5,95	15,65	8,23	16,00	6,92	8,70	8,57	19,85	15,39	7,54

a) Resuma os faturamentos em uma distribuição de frequência
b) Trace o histograma e o polígono de frequência correspondentes
c) Determine a media, a moda e a mediana da distribuição que fez no item a

2. Nove representantes de uma agencia venderam respectivamente,
20 25 28 31 37 42 45 49 53
passagens aéreas., determine a media, a mediana, a moda, a variância e o desvio padrão das vendas realizadas por eles.

3. A tabela a seguir fornece o índice pluviométrico mensal de certa região.

Mês	jan	fev	mar	abr	mai	jun	jul	ago	set	out	nov	dez
Índice	69	53	41	46	50	40	41	40	42	38	42	46

a) Qual a media, a variância e o desvio padrão

4. Os valores abaixo representam as alturas dos 40 alunos de uma turma, em cm.

Altura (cm)	Freq.abs
150 |- 154	4
154 |- 158	9
158 |- 162	11
162 |- 166	8
166 |- 170	5
170 |- 174	3
Totais	40

Determine a média, a mediana, a moda, a variância e o desvio padrão

7 TEORIA DAS PROBABILIDADES

A teoria das probabilidades é utilizada para determinar as chances de um experimento aleatório acontecer.

7.1 Experimento aleatório

O experimento aleatório é um de tipo prova em que seu resultado não pode ser determinado antes de se realizar o experimento. Por exemplo: jogar um dado e anotar o número da face que ficará voltada para cima. Sabemos que há seis resultados possíveis, que são os números 1, 2, 3, 4, 5 e 6, entretanto é impossível prever qual será o resultado antes de realizar o experimento. Se desconhecermos os resultados a teoria das probabilidades possibilita que descubramos as chances de ocorrência de cada um dos resultados possíveis para o dado.

Por exemplo:

1) Qual a chance de ocorrência da face 1, 2 e 3 em um dado. Podemos dizer que a chance é:

Face 1 = 1/6

Face 2 = 1/6

Face 3 = 1/6

Lemos: 1 chance em 6 possibilidades

2) Num grupo de 15 lâmpadas, 3 são defeituosas. Considere o experimento: uma lâmpada é escolhida ao acaso e observamos se ele é ou não é defeituosa.Trata-se de um experimento aleatório com dois resultados possíveis:

a) A lâmpada é defeituosa (chance 3/15 ou 1/5)

Lemos: 3 chances em 15 possibilidades

b) A lâmpada é boa.(chance 12/15 ou 4/5)

Lemos: 12 chances em 15 possibilidades

Percebemos que a probabilidade de se escolher lâmpada boa é bem maior do que se escolher lâmpada defeituosa.

7.2 Conceitos Importantes de Probabilidade

Nesta parte de nosso estudo iremos definir alguns conceitos importantes sobre probabilidade

7.2.1 Espaço Amostral - Ω

Espaço Amostral é o conjunto formado por **todos os resultados** possíveis de um experimento aleatório. Usamos a letra grega ômega, cujo símbolo é Ω para identificar um espaço amostral. A notação matemática que usamos é: Ω **= { _ , _ , _ , ... }**

Dentro das chaves vamos descrever todos os resultados possíveis para o lançamento do dado

7.2.2 Evento

Definimos evento em probabilidade como sendo qualquer subconjunto do espaço amostral. Para designar um evento usaremos sempre letras maiúsculas do alfabeto. A notação matemática que usamos é: **A = { _ , _ , _ , ...}.** Dentro das chaves vamos descrever os resultados possíveis.

7.3 Cálculo da Probabilidade de um Evento.

Para calcular a probabilidade de um evento devemos fazer:

$$P(A) = \frac{\text{número de maneiras como o evento pode ocorrer}}{\textit{número de elementos do espaço amostral}},$$

Devemos exprimir a probabilidade de um evento por números fracionários ou decimais usando sempre três casas decimais significativas. Por exemplo
Exemplos: P = 0,0000128506 arredondar para 0,0000129 (três casas decimais significativas).

Notas importantes
A probabilidade de um evento é sempre um número menor ou igual a 1
A soma de $P_1 + P_2 + ... + P_n = 1$

Vamos trabalhar com alguns exemplos para poder ficar mais claro.

Exemplo 1: Em um teste realizado por uma Universidade, uma questão típica de múltipla escolha tem 5 respostas possíveis. Respondendo aleatoriamente, qual a probabilidade dessa questão estar errada?

Resolução: Para calcular a probabilidade do evento questão errada. Temos 5 alternativas dessas 4 são erradas e 1 é certa. Portanto para calcularmos essas probabilidade devemos usar a fórmula

$$P(A) = \frac{\text{número de maneiras como o evento pode ocorrer}}{\textit{número de elementos do espaço amostral}}$$

P (resposta errada) = $\frac{4}{5}$ ou 0,8

Resposta: A probabilidade desta questão estar errada é de $\frac{4}{5}$ (lê-se 4 erradas em 5 possibilidades) ou ainda 0,8.

Exemplo 2: Uma seguradora fez um levantamento sobre mortes causadas por acidentes domésticos e chegou a seguinte constatação: 160 mortes foram causadas por quedas, 120 por envenenamento e 70 por fogo ou queimaduras. Selecionando aleatoriamente um desses casos qual a probabilidade de que a morte tenha sido causada por envenenamento?

Resolução: Queremos calcular a probabilidade do evento de morte por envenenamento. Somando o total de mortes perfazem um total de 350. E as mortes por envenenamento são 160.

Usando a fórmula $P(A) = \dfrac{\text{número de maneiras como o evento pode ocorrer}}{\textit{número de elementos do espaço amostral}}$, temos

P (morte por envenenamento) = $\dfrac{120}{350}$ = 0,343

Mortes por envenenamento

Total de mortes

Resposta: A probabilidade de morte por envenenamento é de $\dfrac{120}{350}$, lê-se 120 em 350 possibilidades, ou ainda de 0,343.

Exemplo 3: No lançamento de uma moeda, qual a probabilidade da face que fica voltada para cima ser cara?

Resolução: Uma moeda tem um total de duas possibilidades ou a face que fica voltada para cima é par ou é coroa.

Usando a fórmula $P(A) = \dfrac{\text{número de maneiras como o evento pode ocorrer}}{\textit{número de elementos do espaço amostral}}$, temos

P (face cara) = $\dfrac{1}{2}$ ou 0,5

Resposta: A probabilidade de que a face da moeda que fica voltada para cima ser cara é de $\dfrac{1}{2}$ (lê-se uma possibilidade de cara em duas) ou 0,5.

7.4 Regra da Adição – Probabilidade da União de Dois Eventos P($A \cup B$) – Conjunção Ou

Quando queremos juntar dois conjuntos ou eventos, em probabilidade dizemos que queremos fazer a UNIÃO de dois eventos. Matematicamente temos: sejam os eventos A e B, a probabilidade de $A \cup B$ (lê-se A união B) são todos os elementos de A **ou** de B. A operação que devemos realizar é a seguinte:

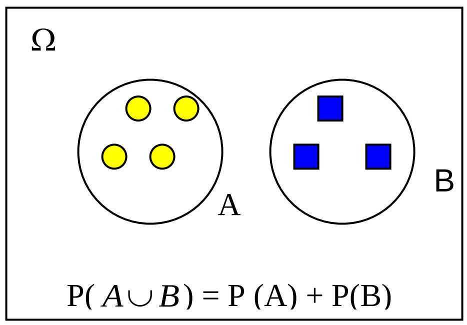
7.4.1 Regra formal da adição

Temos duas situações para fazer a união de dois eventos: i) quando os eventos não têm elementos em comum e; ii) quando os eventos têm elementos em comum.

Vamos representar graficamente dois experimentos aleatórios e seus eventos A e B, onde temos elementos em comum e onde não temos eventos em comum.

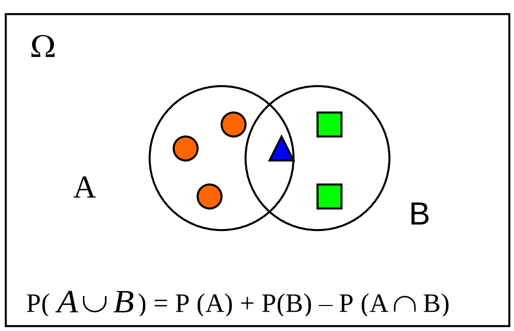
EVENTOS MUTUAMENTE EXCLUSIVOS

(não tem elementos em comum)



EVENTOS COM ELEMENTOS COMUNS – NÃO SÃO MUTUAMENTE EXCLUSIVOS

(o mesmo elemento aparece nos dois eventos)



Então para fazer a união de dois eventos devemos considerar duas situações distintas:

P($A \cup B$) = P (A) + P(B), quando os eventos A e B são eventos mutuamente exclusivos **(não têm elementos em comum).**

P($A \cup B$) = P (A) + P(B) – P (A$\cap$B), **quando há elementos comuns** aos eventos A e B.

Vamos a um exemplo de aplicação: O quadro abaixo representa um teste realizado com um medicamente chamado Seldene que é utilizado para dor de cabeça. Algumas pessoas tomaram o medicamento e outras tomaram placebo, que é um comprimento sem o poder ativo da droga.

-	**Seldane**	**Placebo**	**Grupo controle**	**Total**
Dor de cabeça	49	49	24	122
Sem dor de cabeça	732	616	602	1950
Total	781	665	626	2072

Vamos calcular as probabilidades pedidas:

1) Determine a probabilidade de se obter uma pessoa que **fez uso de placebo ou estava no grupo de controle**.

Veja que temos que trabalhar com a união de eventos, note a conjunção **ou !**
O 1º evento é: fez uso de placebo
O 2º evento é: estava no grupo de controle

Resolução: Os eventos são mutuamente exclusivos, pois não tem jeito de uma pessoa ter feito uso de placebo e estar no grupo de controle. Note no quadro que as colunas são independentes, portanto os eventos são independentes.

Temos então que: P($A \cup B$) = P (A) + P(B) Calculando cada uma das probabilidade pela fórmula:

Lembram-se! Para calcular cada uma das probabilidades temos que usar esta fórmula

$$P(A)=\frac{\text{número de maneiras como o evento pode ocorrer}}{\text{número de elementos do espaço amostral}}$$

P (placebo ou grupo de controle) = $\frac{665}{2072}+\frac{626}{2072}=\frac{1291}{2072}=0{,}623$

$$\text{P(placebo)}=\frac{\text{total de placebo}}{\text{total de pessoas}}$$

$$\text{P(grupo controle)}=\frac{\text{total do grupo controle}}{\text{total de pessoas}}$$

Resposta: A probabilidade de se obter uma pessoa que fez uso de placebo ou estava no grupo de controle é de 0,623. Passando para porcentagem 62,3%

2) Determine a probabilidade de se obter alguém que tenha usado **Seldane ou que não teve dor de cabeça.**

Veja que temos que trabalhar com a união de eventos, note a conjunção **ou !**
O 1º evento é: fez uso de Seldane
O 2º evento é: não teve dor de cabeça

Resolução: Os eventos **NÃO SÃO** mutuamente exclusivos, eles apresentam elementos em comum. Veja na tabela que a coluna do Seldane **cruza** com a coluna sem dor de cabeça, isso significa que pessoas que estão no grupo que tomaram Seldene também estão no grupo das que não tiveram dor de cabeça.

Temos então que P($A \cup B$) = P (A) + P(B) – P (A$\cap$B)

$$\text{P(placebo)}=\frac{\text{total Seldene e sem dor de cabeça}}{\text{total de pessoas}}$$

P (Seldane ou sem dor de cabeça) = $\frac{781}{2072}+\frac{1950}{2072}-\frac{732}{2072}=\frac{1999}{2072}$ = 0,965

Resposta: A probabilidade de se obter alguém que tenha usado Seldane ou que não teve dor de cabeça é de 0,965, ou ainda, 96,5%.

7.5 Regra da Multiplicação – Probabilidade da Intersecção de Dois Eventos-P (A $\cap$ B) - Conjunção E.

Para determinar a probabilidade de intersecção de dois eventos devemos considerar se os eventos são **independentes,** ou seja, se a ocorrência de um deles não afeta a ocorrência do outro.

7.6.1 Regra formal da multiplicação:

Podemos usar a regra da multiplicação em duas situações: quando os eventos são independentes, ou seja a ocorrência de um deles não afeta a ocorrência do outro e quando os eventos são dependentes um do outro, quando a ocorrência de um afeta a ocorrência do outro evento.

EVENTO INDEPENDENTE P (A $\cap$ B) = P (A) . P(B)
EVENTO DEPENDENTE P (A $\cap$ B) = P (A) . P(B\A)

Vejamos alguns exemplos de aplicação da regra da multiplicação:

Exemplo 1: Uma empresa produz um lote de 50 filtros dos quais 6 são defeituosos. Nestas condições, escolhidos aleatoriamente 2 filtros, determine a probabilidade de ambos serem bons.

a) Com reposição (eventos independentes).

Resolução: Colocamos os 50 filtros em uma caixa, damos assim a todos a mesma oportunidade de serem escolhidos. Temos então nessa caixa 44 filtros bons e 6 filtros ruins. Retiramos o primeiro deles, dizemos então que a probabilidade de retirada de um filtro bom é de $\frac{44}{50}$

44 bons

Total de filtros

Devolvemos esse filtro na caixa e aí procedemos a uma nova retirada com a mesma probabilidade de $\frac{44}{50}$. Ao devolver o filtro na caixa o número de elementos do **espaço amostral se mantém** o mesmo, isso identifica um **evento independente.**

Retirar dois filtros bons significa que o 1º e o 2º filtros devem ser bons, veja que a conjunção usada nesse caso foi e, o que denota que temos que usar a regra da multiplicação.

Vamos usar a regra da multiplicação para eventos independentes **P (A $\cap$ B) = P (A) . P(B) (são independentes)**

P (bom e bom) = $\frac{44}{50} \cdot \frac{44}{50} = \frac{1936}{2500} = 0{,}774$

Resposta: Escolhidos aleatoriamente 2 filtros, a probabilidade de que ambos sejam bons, com reposição, é de 0,774 ou 77,4%

b) Sem reposição (eventos dependentes)

Colocamos os 50 filtros em uma caixa, damos assim a todos a mesma oportunidade de serem escolhidos. Temos então nessa caixa 44 filtros bons e 6 filtros ruins. Retiramos o primeiro deles, dizemos então que a probabilidade de retirada de um filtro bom é de $\frac{44}{50}$. Veja que nesse caso, por ser SEM REPOSIÇÃO, não devolvemos o filtro na caixa, temos então agora na caixa 49 filtros. Procedemos a uma nova retirada com probabilidade de $\frac{43}{49}$

Havia 44 bons 1 já foi retirado restaram 43 bons.

Havia 50 filtros no total, 1 já foi retirada e não devolvido, restaram 49

Como não devolvemos o filtro na caixa o número de elementos do espaço amostral se alterou o que caracteriza um **evento dependente,** a realização do 1º evento afetou a realização do 2º evento, pois **o espaço amostral não se manteve.**

Retirar dois filtros bons significa que o 1º e o 2º devem ser bons, veja que a conjunção usada nesse caso foi e, o que denota que temos que usar a regra da multiplicação.

Vamos usar a regra da multiplicação para eventos dependentes

$$\mathbf{P\ (A \cap B) = P\ (A)\ .\ P(B \backslash A)}$$

Essa notação denota que o evento A afetou o evento B

P (bom e bom) = $\frac{44}{50} \cdot \frac{43}{49} = \frac{1892}{2450} = 0{,}772$

Resposta: Escolhidos aleatoriamente 2 filtros, a probabilidade de que ambos sejam bons, SEM reposição, é de 0,772 ou 77,2%

7.6 Exercícios

1) Um agulha roda percorrendo 5 setores iguais com as cores amarelo, preto, branco, vermelho e azul. Qual é a probabilidade da agulha de parar no setor azul?

2) Uma agulha percorre 8 setores iguais numerados de 1 a 8. Qual a possibilidade de sair um número par?

3) Um pote contém 6 bolas vermelhas, 5 verdes, 8 azuis e 3 amarelas de grandeza e peso iguais. Tirando uma bola ao acaso, qual é a probabilidade de saída de uma verde ou uma azul, com reposição?

4) De um lote de 12 peças 4 são defeituosas. Sendo retirada uma peça ao acaso, qual a probabilidade dela não ser defeituosa?

5) De um lote de 12 peças 4 são defeituosas. Sendo duas retiradas ao acaso, qual a probabilidade de uma ser defeituosa e da outra não ter defeito, com reposição.

6) Qual a probabilidade de aparecer um número par no lançamento de um dado?

7) Um número é escolhido ao acaso dentre os números 1, 2, 3, ... , 50. Determine a probabilidade de terminar em 3.

8) Um número é escolhido ao acaso dentre os números 1, 2, 3, ... , 50. Determine a probabilidade de ser múltiplo de 8

9) No lançamento de um dado qual a probabilidade de sair o número 6 ou um número impar.

10) No lançamento de dois dados, calcule a probabilidade de se obter soma igual a 5 ao observar as faces que ficaram voltadas para cima. (4/36 ou 1/9)

11) Uma urna A contém: 3 bolas brancas, 4 pretas e 2 verdes; uma urna B contem: 5 bolas brancas, 2 pretas e 1 verde; uma urna C contém: 2 bolas brancas, 3 pretas e 4 verdes. Uma bola é retirada de cada urna. Qual é a probabilidade de as três bolas retiradas da urna A, B e C serem respectivamente, branca, preta e verde

12) De um baralho de 52 cartas retiram-se, ao acaso, duas cartas, sem reposição. Qual é a probabilidade de a primeira carta ser de ás de paus e a segunda ser o rei de paus?

13) Qual é a probabilidade de sair uma figura quando retiramos uma carta de um baralho de 52 cartas.

14) Determine a probabilidade de cada um dos eventos:
a) um número par aparece no lançamento de um dado
b) uma carta de ouros ao se extrair uma carta de um baralho de 52 cartas
c) uma só coroa aparece no lançamento de 3 moedas

15) Uma moeda é lançada duas vezes. Calcule a probabilidade de:
a) não ocorrer cara nenhuma vez
b) obter cara na primeira ou na segunda jogada

16) Três moedas são lançadas ao mesmo tempo. Qual é a probabilidade de as três moedas caírem com a mesma face para cima? Escreva o espaço amostral.

17) Um casal pretende ter filhos. Sabe-se que a cada mês a probabilidade da mulher engravidar é de 20%. Qual é a probabilidade dela vir a engravidar somente no quarto mês de tentativas?

18) Em uma caixa há 2 fichas amarelas, 5 fichas azuis e 7 fichas verdes. Se retirarmos uma única ficha, qual a probabilidade dela ser verde ou amarela?

19) Em uma caixa há 4 bolas verdes, 4 azuis, 4 vermelhas e 4 brancas. Se tirarmos sem reposição 4 bolas desta caixa, uma a uma, qual a probabilidade de tirarmos nesta ordem bolas nas cores verde, azul, vermelha e branca?

20) De uma sacola contendo 15 bolas numeradas de 1 a 15 retira-se uma bola. Qual é a probabilidade desta bola ser divisível por 3 ou divisível por 4?
Vamos representar por $\mathbf{E_3}$ o evento da ocorrência das bolas divisíveis por **3**:

21) Uma moeda é viciada, de forma que as caras são três vezes mais prováveis de aparecer do que as coroas. Determine a probabilidade de num lançamento sair coroa.

22) Uma moeda é viciada, de forma que as coroas são cinco vezes mais prováveis de aparecer do que as caras. Determine a probabilidade de num lançamento sair coroa.

23) Três estudantes A, B e C estão em uma competição de natação. A e B têm as mesmas chances de vencer e, cada um, tem duas vezes mais chances de vencer do que C. Pede-se calcular a probabilidades de A ou C vencer.

24) Um dado é viciado, de modo que cada número par tem duas vezes mais chances de aparecer num lançamento, que qualquer número ímpar. Determine a probabilidade de num lançamento aparecer um número primo.

25) Use o mesmo enunciado anterior e determine a probabilidade de num único lançamento sair um número ímpar.
Resposta: 1/3

26) Considere o quadro a seguir, representativo da distribuição dos alunos matriculados num determinado curso de Matemática

Curso	Masculino	Feminino	Total
Mat. Pura	70	40	110
Mat. Aplicada	15	15	30
Estatística	10	20	30
Computação	20	10	30
Total	115	85	200

Determine as probabilidades, de acordo com o que se pede:
a. do sexo masculino
b. do sexo feminino
c. do curso de Mat. Pura
d. do sexo feminino e fazer Mat. Pura
e. do sexo masculino ou fazer Estatistica

7.7 Exercícios de revisão

1. O experimento jogar um par de dados tem um espaço amostral constituído de 36 elementos (descreva o espaço amostral para verificar). Determine a probabilidade de obter o total 4 no arremesso de um par de dados.

2. Um estudo de 500 voos da American Airlines selecionados aleatoriamente mostrou que 430 chegaram no horário. Qual é a probabilidade de um voo dessa companhia chegar no horário. Você acha que esse resultado é satisfatório? Por que?

3. Em um estudo efetuado com americanos de mais de 65 anos, verificou-se que 255 sofriam do Mal de Alzheimer, enquanto 2302 não tinham a doença. Escolhido aleatoriamente um americano com mais de 65 anos, qual a probabilidade dele apresentar a doença?Com base nesse resultado, você acha a doença deve ser uma preocupação para as pessoas com mais de 65 anos?

4. Em um estudo feito com doadores de sangue 25 foram classificados como tipo O e 275 tiveram classificação como tipo não O. Qual a probabilidade estimada de uma pessoa ter sangue do tipo O?

5. A Mastercard efetuou um estudo de fraudes em cartões de credito. Os resultados estão na tabela a seguir:

Tipo de fraude	Número
Cartão roubado	243
Cartão falsificado	85
Pedido por correio/telefone	52
Outros	46

Qual a probabilidade da fraude resultar de um cartão falsificado?

6. Um casal deseja ter 2 filhos.
a) relacione os diferentes resultados, de acordo com o sexo de cada criança.
b) Determine a probabilidade do casal ter 2 meninas
c) Determime a probabilidade de exatamente uma criança de cada sexo

7. Um casal planeja ter 4 filhos.
a) relacione os 16 resultados distintos possíveis de acordo com o sexo das crianças.
b) determine a probabilidade de serem todos meninos
c) determine a probabilidade de haver ao menos uma criança de cada sexo.

8. Um estudo de hábitos de fumantes compreende 200 casados (54 deles fumam), 100 divorciados (38 deles fumam) e 50 adultos solteiros (11 deles fumam).Escolhido aleatoriamente um individuo dessa amostra, determine:
a) Qual a probabilidade de obter alguém divorciado ou fumante
b) Qual a probabilidade de se obter alguém que nunca se casou ou que não fume.

9. A tabela a seguir representa uma amostra de 200 tempos em minutos entre erupções de gêiser que ocorrem no parque Yellowstone nos EUA.

Tempo	Frequência	
40 – 49	8	
50 – 59	44	
60 – 69	23	
70 – 79	6	
80 – 89	107	
90 – 99	11	
100 – 109	1	

a) os visitantes naturalmente desejam assistir a uma erupção. Escolhido aleatoriamente um dos tempos, qual a probabilidade do tempo de espera ser no mínimo de uma hora?

b) escolhido aleatoriamente um dos tempos da tabela, qual é a probabilidade da espera ser no mínimo 70 minutos, ou estar entre 60 e 79 minutos?

10. A tabela abaixo descreve o grupo sanguíneo e o Rh de 100 pessoas selecionadas aleatoriamente. Determine as probabilidades que se pede.

GRUPO	Rh+	Rh-	TOTAIS
A	35	5	40
B	8	2	10
AB	4	1	5
O	39	6	45
TOTAIS	86	14	100

a) P(não-grupo O)
b) P(não-tipo Rh+)
c) P(grupo B ou Rh-)
d) P(grupo O ou grupo A)
e) P(tipo Rh-)
f) P(grupo A ou tipo Rh+)
g) P(grupo AB ou tipo RH-)
h) P(grupo A ou B ou tipo Rh+)

11. Dez por cento das pessoas são canhotas. Qual a probabilidade de selecionar
a) 2 pessoas canhotas
b) uma canhota e uma destra
c) uma canhota ou uma destra
d) duas destras

12. Um estudante tem dificuldades com o mau funcionamento de despertadores. Em lugar de utilizar um, utilizou 3. Qual é a probabilidade de ao menos um funcionar se cada despertador tem 98% de chance de funcionar?

13. Um gerente de controle de qualidade utiliza equipamentos de teste para detectar modems de computador defeituosos. Retira-se aleatoriamente 3 modems diferentes de um grupo onde há 12 defeituosos e 18 sem defeito. Qual é a probabilidade:
a) de todos serem defeituosos
b) de ao menos um dos modems serem defeituosos

14. Escolhida aleatoriamente uma pessoa dentre as que morreram recentemente há uma probabilidade de 0.0478 de que a morte tenha sido causada por acidente de acordo com informações do IML dos EUA. Um detetive de Baltimore teve uma suspeita quanto às mortes de 5 pessoas, classificadas como acidente. Determine a probabilidade de que dentre cinco

mortes selecionadas aleatoriamente todas elas tenham sido causadas por acidente.

8 DISTRIBUIÇÃO BINOMIAL E NORMAL

Copia do livro

9 CORRELAÇÃO E REGRESSÃO

Copia do livro

EXERCÍCIOS DE REVISÃO PROBABILIDADE, BINOMIAL E NORMAL

Probabilidades

1. Num grupo de 75 jovens, 16 gostam de música, esporte e leitura; 24 gostam de música e esporte; 30 gostam de música e leitura; 22 gostam de esporte e leitura; 6 gostam somente de música; 9 gostam somente de esporte; e 5 jovens gostam somente de leitura. (Sugestão: utilize o diagrama de Venn)
a) Qual a probabilidade de, ao apontar, ao acaso, um desses jovens, ele gostar de música?
b) Qual a probabilidade de, ao apontar, ao acaso, um desses jovens, ele não gostar de nenhuma dessas atividades?

2. Dois dados são lançados simultaneamente. Determine a probabilidade de:
a) a soma ser menor que 4;
b) a soma ser 9;
c) o primeiro resultado ser maior que o segundo;
d) a soma ser menor ou igual a 5.

3. Um baralho de 52 cartas é subdividido em 4 naipes:copas, espadas, ouros e paus:
a) Retirando-se uma carta ao acaso, qual a probabilidade de que ela seja de ouros ou de copas?
b) Retirando-se duas cartas ao acaso com reposição da primeira carta, qual a probabilidade de ser a primeira de ouros e a segunda de copas?
c) Recalcular a probabilidade anterior se não houver reposição da primeira carta.
d) Havendo reposição, qual a probabilidade de sair a primeira carta de ouros ou então a segunda de copas?

Distribuição Binomial

1. Jogando-se um dado três vezes, determine a probabilidade de se obter um múltiplo de 3 duas vezes.

2. Seis parafusos são escolhidos ao acaso da produção de uma certa máquina, que apresenta 10% de peças defeituosas. Qual a probabilidade de serem defeituosos dois deles ?

3. Dos estudantes de um colégio, 41 % fumam cigarro. Escolhem-se seis ao acaso para darem uma opinião sobre o fumo. Determine a probabilidade de:
a) nenhum dos seis ser fumante
b) todos os seis fumarem
c) ao menos a metade dos seis ser fumante

Distribuição normal

1. Achar a probabilidade de um valor escolhido ao acaso seja superior a 50 em uma distribuição normal de média 35 e desvio padrão 8.

2. Seja a distribuição normal de média 6,74 e desvio padrão de 2,3. Qual a probabilidade de encontrar um valor inferior a 3,4 ? ****

3. Um teste padronizado de escolaridade tem distribuição normal com média 100 e desvio padrão 25. Determine a probabilidade de um indivíduo submetido ao teste ter nota:

a) maior que 120
b) entre 75 e 125
c) entre 115 e 125

4. Os salários dos funcionários de uma escola têm distribuição normal com média de R$ 1500,00, e desvio padrão de R$ 200,00. Qual a proporção de funcionários que ganham:

a) entre R$ 1400 e R$ 1600 ?
b) acima de R$ 1500 ?
c) acima de R$ 1400 ?
d) abaixo de R$ 1400 ?
e) acima de R$ 1650 ?

REFERÊNCIAS

CRESPO, Antonio Arnot. **Estatística**. 11ª ed. São Paulo: Saraiva, 1994.

DANTE, Luiz Roberto.**Matemática**: volume único. São Paulo: Ática, 1ª Ed., 2009.

MEDEIROS DA SILVA, Hermes, et al. **Estatística para os cursos de**: Economia, Administração e Ciências Contábeis. São Paulo. Atlas, v1, 1999.

TRIOLA, Mario F. Introdução à Estatística, 7ª ed. Rio de Janeiro: LTC, 1999.

ANEXO I - **Tabela de Dados Brutos**

Perfil de uma classe de Ensino Médio

Sexo	**Idade**	**Área da Carreira Pretendida**	**Irmãos**	**Disciplina Favorita**	**Renda Familiar (sal. mínimos)**
masculino	16	Humanas	2	História	11,2
masculino	17	Biológicas	3	Biologia	18,5
feminino	15	Humanas	2	Geografia	12,1
masculino	14	Exatas	1	Matemática	11,5
feminino	14	Exatas	1	Geografia	10,0
feminino	15	Biológicas	0	Química	10,7
masculino	15	Biológicas	0	Biologia	11,6
masculino	15	Exatas	1	Português	12.4
masculino	19	Humanas	3	Português	15,9
feminino	15	Biológicas	1	Química	9,6
feminino	20	Humanas	4	História	16,3
masculino	17	Humanas	0	Matemática	12,9
masculino	16	Humanas	1	História	13,4
feminino	16	Humanas	2	Geografia	13,2
feminino	16	Biológicas	2	Matemática	11,7
feminino	18	Humanas	2	Geografia	17,6
masculino	15	Exatas	1	Matemática	12,6
masculino	18	Exatas	3	Física	13,1
masculino	18	Biológicas	4	Química	15.4
masculino	14	Biológicas	1	Física	8,7